# LE PRINCIPE D'ARCHIMEDE

**Docteur NORBERT BAYO**

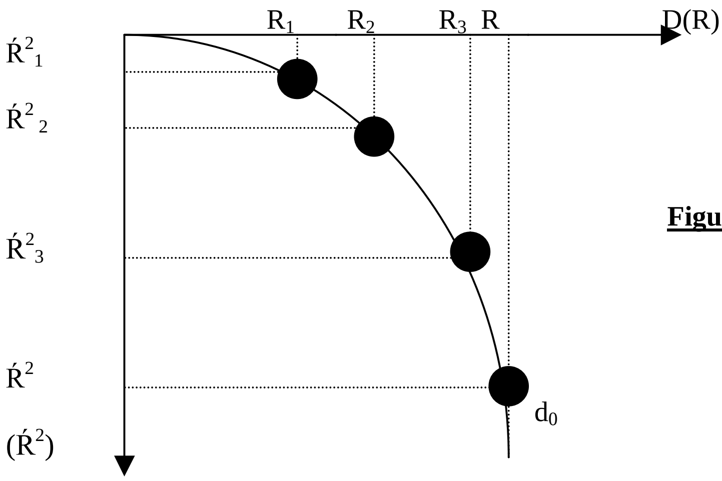
**87200 Saint JUNIEN**

I)<u>La mise en jeu des forces:</u>

Le principe ( ou théorème ) d'Archimède prédit que "tout corps plongé dans un liquide" subit une poussée verticale dirigée vers le haut, égale au poids du volume de "liquide" déplacé.(le liquide pouvant être un autre fluide comme un gaz )

1°) <u>Force gravitationnelle ($F_G$)</u>:

Nous prenons un petit ballon de poids négligeable, et nous allons le plonger vide dans un aquarium rempli d'eau ordinaire (non gazeuse..)
Nous allons ensuite le remplir progressivement avec l'eau de l'aquarium.
Nous allons donc avoir des volumes $V_1$ , $V_2$ , $V_3$ , …V, représentant des masses $M_1$ , $M_2$ , $M_3$ …M; supposé sphérique, le petit ballon aura donc successivement des rayons $R_1$ , $R_2$ , $R_3$ , ..R .
Si on trace la courbe des $\acute{R}^2$ des différentes masses engendrées, on a , pour une densité $d_0$ (et en utilisant $\acute{R}^2=\frac{8\Pi\, d_0\, R^2}{3}$ plutôt que $\acute{R}^2 = \frac{2GM}{R}$




**<u>Figure 25</u>**

De manière générale

$$F=M.\frac{2GM_T}{R^2_T}$$

$M_T$ =Terre ; .$R_T$ =rayon terrestre

ou $F=\frac{M}{R_T}.2G.\frac{M_T}{R_T}$

avec $\frac{M_T}{R_T}$ =Constante

Donc $F_1=\frac{M_1}{R_T}.\frac{2GM_T}{R_T}=M_1.\frac{2GM_T}{R^2_T}=\acute{R}^2(M_1;R_T).\acute{R}^2(M_T;R_T)$ (82)

$F_2=\frac{M_2}{R_T}.\frac{2GM_T}{R_T}=M_2.\frac{2GM_T}{R^2_T}=\acute{R}^2(M_2;R_T).\acute{R}^2(M_T;R_T)$

2°)Force d'Archimède ($F_A$)

Nous allons, après l'avoir vidé, replonger le petit ballon dans l'aquarium et le gonfler d'air , de densité $d_1$ , extrêmement faible par rapport à l'eau . Pour des volumes $V_1$, $V_2$ , $V_3$ …
Comme précédemment, nous aurons des forces $F'_1$,$F'_2$ ,$F'_3$ ,…F' pratiquement egales et opposées aux forces précédentes $F_1$, $F_2$ ,$F_3$ ,…F; on peut représenter ceci schematiquement avec, en orientant les valeurs:

$\vec{F_1} = -\vec{F'_1}$

$\vec{F_2} = -\vec{F'_2}$

$\vec{F_3} = -\vec{F'_3}$

$\vec{F} = -\vec{F'}$

et donc $\acute{R}^2_{(M1;FG)} = -\acute{R}^2_{(M1;FA)}$
$\acute{R}^2_{(M2;FG)} = -\acute{R}^2_{(M2;FA)}$ etc…..

Et pour l'écriture, on utilisera : $F_G$ = force gravitationnelle, $F_A$ = force d'Archimède, $F_R$ = force résultante.
NB: Les forces s' expriment pour un rayon terrestre. Les dérivées s' expriment pour un rayon de la masse dans la genèse; pour un rayon terrestre en terme de force. En pratique

$$\left.\begin{array}{l} F_1 = \acute{R}^2_{(M1;RT)} \cdot \acute{R}^2_{(MT;RT)} = \acute{R}^2\left(\dfrac{M_1}{R_T}\right) \cdot \acute{R}^2\left(\dfrac{M_T}{R_T}\right) \\ \\ \text{équivaut à : } F_1 = f(\acute{R}^2_{(M1;RT)}) \quad M_T \text{ et } R_T \text{ étant constants} \end{array}\right\} \qquad (83)$$

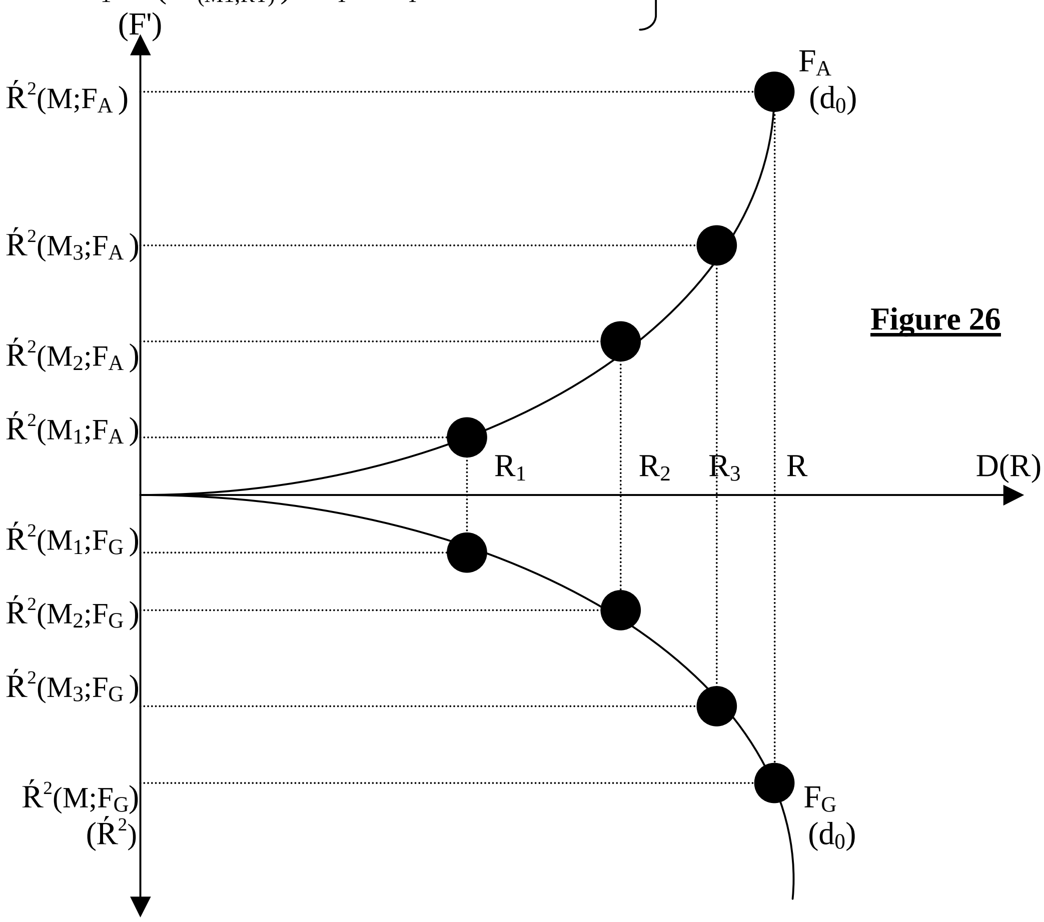



**Figure 26**

Soit en terme de $\acute{R}^2$ de la masse $M_1$ en $R_1$ :

$$\acute{R}^2_{(M1;FG)}=\frac{2GM_1}{R_1} = 2G4/3\Pi\, d_0\, R_1^2$$

et aussi $-(\frac{2GM_1}{R_1}) = -2G4/3\Pi d_0 R_1^2$

$\acute{R}^2(M_1;F_A) = -\acute{R}^2(M_1;F_G)$

On peut donc ré écrire l'égalité des forces :

$[F_1] = [F'_1]$ avec $F_1=\acute{R}^2(M_1;R_T)\,.\acute{R}^2(M_T;R_T) = f(\acute{R}^2(M_1;R_T))$ et $F'_1= -\acute{R}^2(M_1;R_T)\,.\acute{R}^2(M_T;R_T)$

(84)

$= - f(\acute{R}^2(M_1;R_T))$

3°)Résultante($F_A$)

Dans la pratique, nous aurons 3 possibilités:

Le petit ballon sera rempli d'un liquide soit moins dense ($d_1$) que l'eau, soit plus dense ($d_2$) soit de l'eau de l'aquarium, de densité $d_0$.

Nous pouvons alors étudier 3 cas de figures , soit les masses sont égales, soit les forces sont égales, soit les volumes sont égaux.

a)Les masses sont égales: $M_0 = M_1 = M_2 = M$

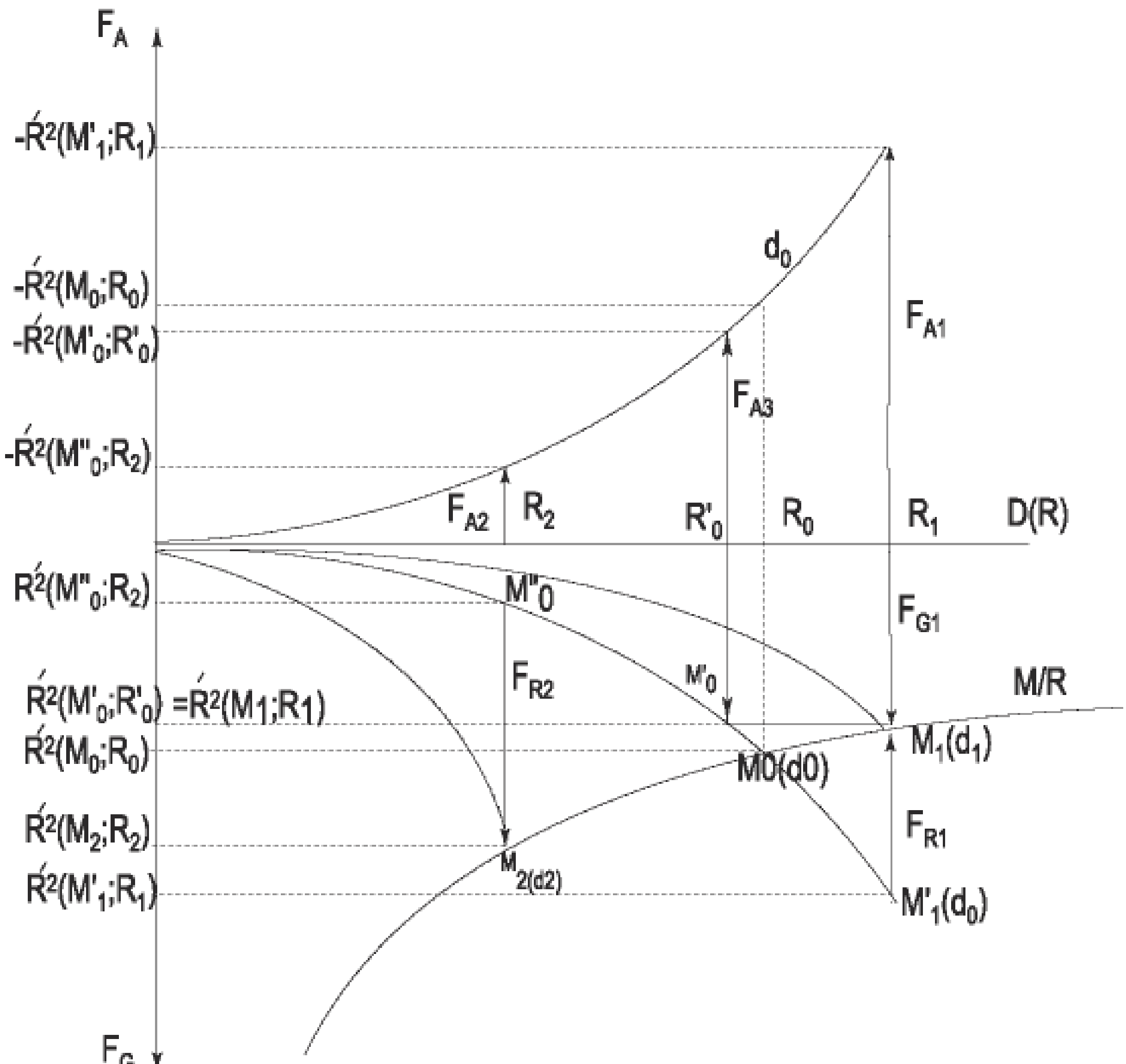



Figure 27

*L'eau aura un volume $V_0$ de rayon $R_0$ et densité $d_0$
*Le liquide lourd aura $V_2$ ($R_2$ ;$d_2$ )
*Le liquide léger aura un volume $V_1$($R_1$;$d_1$)

- Le liquide lourd de masse $M_2$ =M de densité $d_2$ , volume $V_2$ et rayon $R_2$ ,

développe à sa surface une dérivée Ŕ²($M_2$ ;$R_2$) traduite par $\overrightarrow{F_{G2}}$

Cette masse $M_2$ déplace une quantité d'eau de volume $V_2$<$V_0$ de masse M"$_0$ développant une dérivée Ŕ²(M"$_0$ ;$R_2$) , donc une "force d'Archimède"

$\overrightarrow{F_{A2}}$ de formule - Ŕ²(M''$_0$ ;$R_2$)

On peut écrire:

$\acute{R}^2(M_2\,;R_2) = \overrightarrow{F_{G2}} = 2G4/3\Pi d_2 R_2{}^2$

$- \acute{R}^2(M''_0\,;R_2) = \overrightarrow{F_{A2}} = -2G4/3\Pi d_0\, R_2{}^2$

Autotal $\overrightarrow{F_{R2}} = \overrightarrow{F_{G2}} + \overrightarrow{F_{A2}} = 2G4/3\Pi\ R^2{}_2(d_2 - d_0)$

$$\overrightarrow{F_{R2}} = \frac{8\Pi G\, R_2{}^2}{3}\,(d_2 - d_0) \qquad (85)$$

Comme $d_2 > d_0$ la flèche de $\overrightarrow{F_{R2}}$ est "vers le bas", dans le sens gravitationnel .

- <u>Le liquide léger de densité $d_1$</u>: nous allons remplir le même petit ballon immergé d'un volume $V_1(R_1;d_1)$ correspondant à la même masse $M_1$=M.

Le ballon subira une poussée d'Archimède dite $\overrightarrow{F_{A1}}$ égale à la masse $M'_1$ de densité $d_0$ bien sûr et de volume $V_1$ ($R_1$ ).

Comme $\overrightarrow{F_{A1}} = -\acute{R}^2(M'_1\,;R_1) = -2G4/3\Pi d_0\, R_1{}^2$ et que : $\overrightarrow{F_{G1}} = \acute{R}^2(M_1\,;R_1) = 2G4/3\Pi\ d_1 R_1{}^2$.
la résultante s'écrit:

$\overrightarrow{F_{R1}} = \overrightarrow{F_{G1}} + \overrightarrow{F_{A1}} = 2G4/3\Pi R_1{}^2(d_1 - d_0)$

$$\overrightarrow{F_{R1}} = \frac{8\Pi G R_1{}^2}{3}\,(d_1 - d_0) \qquad (86)$$

Comme $d_1 < d_0$ la flèche de $F_{R1}$ est donc dirigée "vers le haut".

b) <u>Les forces sont égales</u>

C'est le problème d'un corps flottant. Si on lâche le petit ballon de volume $V_1(R_1;d_1)$ il se dirige vers la surface ou il s'immobilise.
A l' équilibre, nous avons :

$\overrightarrow{F_{G1}} = -\overrightarrow{F_{A3}}$

$\overrightarrow{F_{G1}} = 2G4/3\Pi d_1 R_1{}^2 = |\overrightarrow{F_{A3}}| = \acute{R}^2(M_1\,;R_1)$

$\acute{R}^2(M'_0;R'_0) = -\overrightarrow{F_{A3}} = 4/3\Pi\ 2Gd_0 R'_0{}^2$ ; en appelant $R'_0$ le rayon de la masse $M'_0$ nécessaire pour équilibrer le petit ballon par sa poussée d'Archimède.

$$\acute{R}^2(M'_0;R'_0) = -\vec{F}_{A3} = \frac{2GM'_0}{R'_0} = \vec{F}_{G1} = \frac{2GM_1}{R_1} = \acute{R}^2(M_1;R_1) \qquad (87)$$

D'où $2GM'_0R_1 = 2GM_1R'_0$

$M'_0R_1 = M_1R'_0$

$$\frac{M'_0}{M_1} = \frac{R'_0}{R_1} \quad \text{ou} \quad \frac{M'_0}{R'_0} = \frac{M_1}{R_1} \qquad (88)$$

Par rapport au rayon terrestre $R_T$, on peut exprimer les forces:

$$F_{M'0} = \frac{2G\,M'_0}{R_T} \cdot \frac{M_T}{R_T} = 2G\,\acute{R}^2_{(M'0;\ RT)} \cdot \acute{R}^2_{(MT;RT)}$$

$$F_{M1} = \frac{2GM_1}{R_T} \cdot \frac{M_T}{R_T} = 2G\acute{R}^2_{(M1;RT)} \cdot \acute{R}^2_{(MT;RT)}$$

$$\frac{F_{M'0}}{F_{M1}} = \frac{M'_0}{M_1} = \frac{R'_0}{R_1} = \frac{\acute{R}^2_{(M'0;RT)} \cdot \acute{R}^2_{(MT;RT)}}{\acute{R}^2_{(M1;RT)} \cdot \acute{R}^2_{(MT;RT)}} \qquad (89)$$

$$F_{M'0} \cdot R_1 = F_{M1} \cdot R'_0 \qquad (90)$$

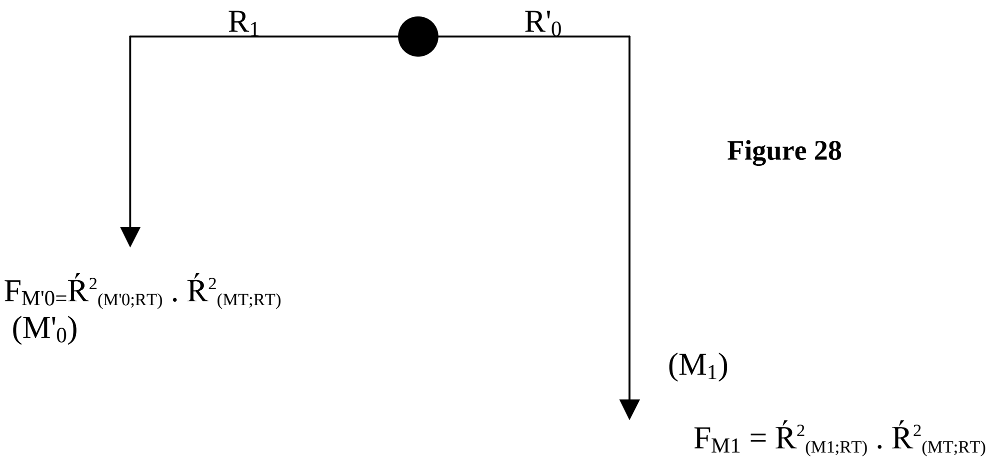



**Figure 28**

C'est bien sûr, une balance romaine que nous obtenons. Et graphique ment on peut representer cela par:

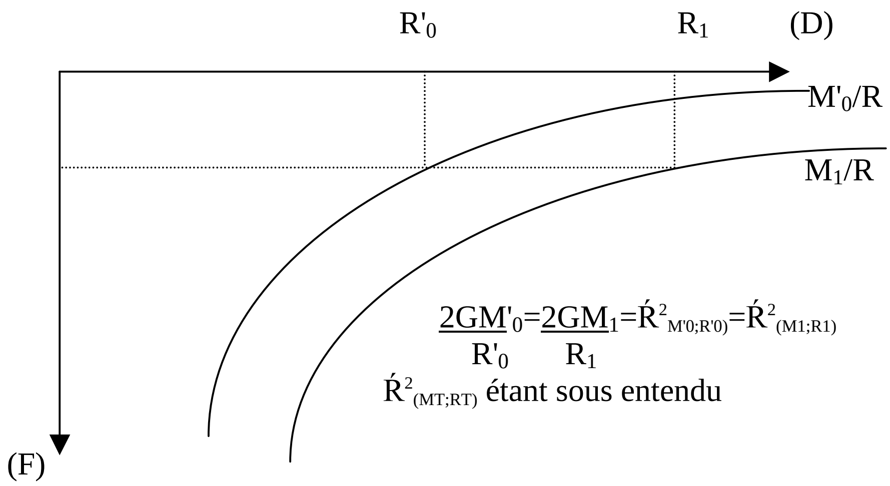



**Figure 29**

c)<u>Les volumes sont égaux ($V_0$)</u>

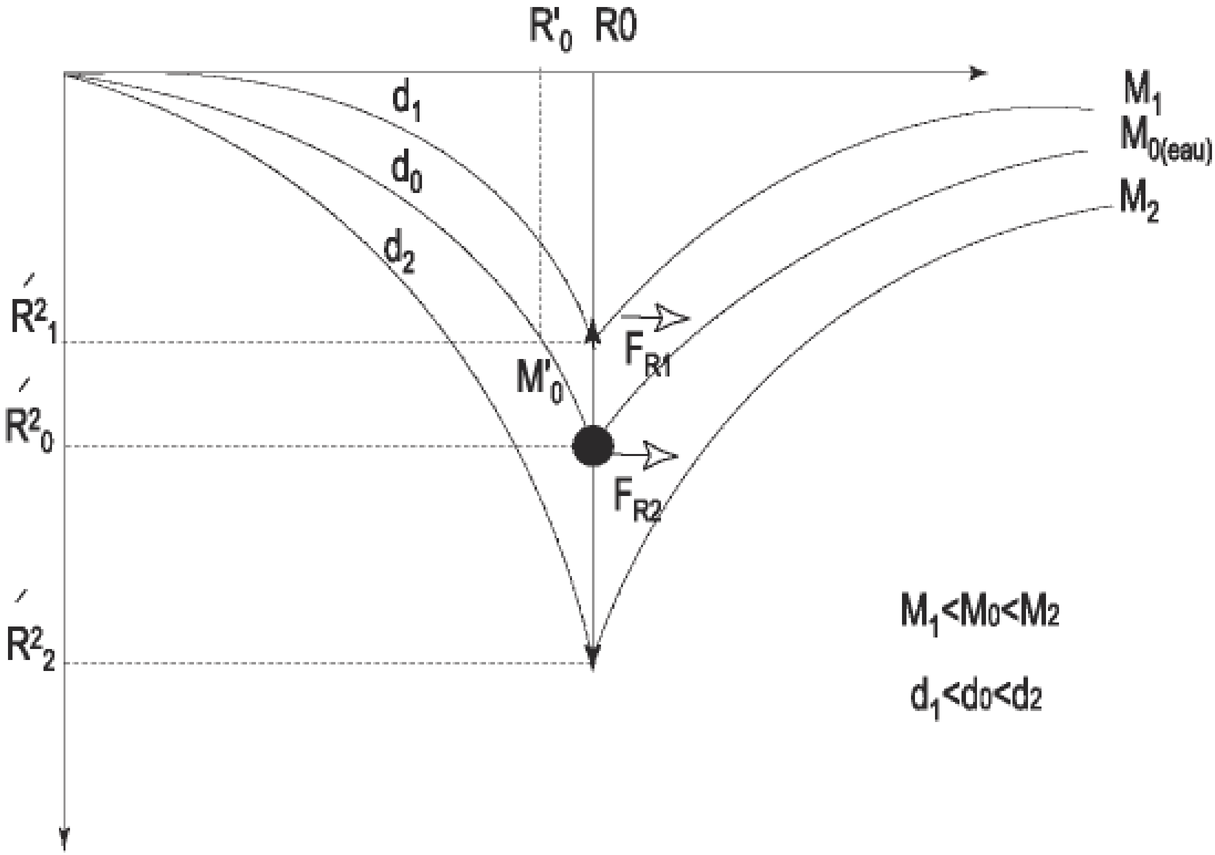



**Figure 30**

Nous aurons:

$\vec{F}_{G0} = \vec{\acute{R}}^2_0 = 2G4/3\Pi\ d_0\ R_0^2$

$\vec{F}_{G1} = \vec{\acute{R}}^2_1 = 2G4/3\Pi\ d_1\ R_0^2$

$\vec{F}_{G2} = \vec{\acute{R}}^2_2 = 2G4/3\Pi\ d_2\ R_0^2$

- <u>Le corps $M_2$</u> reçoit une poussée $\vec{F}_{A0} = -\vec{F}_{G0}$

$\vec{F}_{A0} = -\ 2G4/3\Pi\ d_0\ R_0^2$ .; la résultante est $\vec{F}_{R2} = \vec{F}_{G2} + \vec{F}_{A0} = 4/3\Pi(2G\ d_2\ R_0^2 - 2Gd_0\ R_0^2)$

$$\vec{F}_{R2} = \frac{8\Pi G R_0^2}{3}(d_2 - d_0) \qquad (91)$$

Avec $d_2 > d_0$, cette résultante est "vers le bas"

- <u>Le corps $M_1$, immergé</u>, reçoit la même poussée $\vec{F}_{A0}$ ; la résultante s'écrit:

$\vec{F}_{R1} = \vec{F}_{G1} + \vec{F}_{A0} = (2G\ d_1\ R_0^2 - 2G\ d_0\ R_0^2)\ 4/3\Pi$

$$\vec{F}_{R1} = \frac{8\Pi G R_0^2}{3}(d_1 - d_0) \qquad (92)$$

Avec $d_1 < d_0$, cette résultante est "vers le haut"

Libéré, le corps $M_1$ flotte, il déplace une masse $M'_0 < M_1$ et l'on se retrouve dans le cadre abordé précédemment, des "forces égales".

## II APPLICATIONS:

1°) "<u>Gravitation" et "Antigravitation</u>".

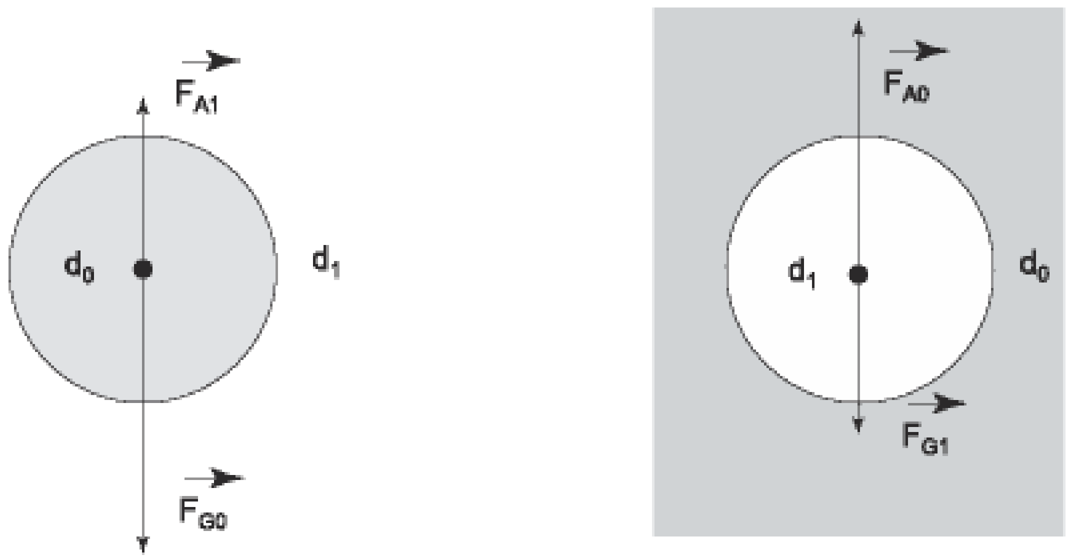



**Figure 31**

On considère 2 systèmes :

- Une goutte d'eau de densité $d_0$ tombant dans l'air de densité $d_1$ ; son poids est
- représenté par $\vec{F}_{G0}$, la force d'Archimède générée par l'air est $\vec{F}_{A1}$
- On peut considérer également une bulle d'air de densité $d_1$ et de même volume, immergée dans de l'eau de densité $d_0$ ; son poids est $F_{G1}$, la force d'Archimède est
- ici $\vec{F}_{A0}$.
- On peut trouver les résultats suivants : $\vec{F}_{G1} = - \vec{F}_{A1}$ ; $\vec{F}_{G0} = - \vec{F}_{A0}$ (93)

Et comme : $\vec{F}_{R(eau)} = \vec{F}_{G0} + \vec{F}_{A1}$

$\vec{F}_{R(air)} = \vec{F}_{G1} + \vec{F}_{A0}$ Il vient: $\vec{F}_{R(eau)} = -\vec{F}_{R(air)}$ (94)

En d'autres termes, les 2 systèmes sont égaux en valeur absolue, et de sens opposé.

- Avec beaucoup de précautions oratoires; on peut considérer qu' **EN PRATIQUE** tout se passe comme si, à un "processus gravitationnel" représenté par la force gravitationnelle, on peut mettre en balance un processus antigravitationnel représenté par la force D'ARCHIMEDE .
- En fait, nous savons que c'est la différence de pressions qui s'exercent sur le corps qui aboutit à générer une résultante sous forme de "force d'Archimède" égale et opposée à la force gravitationnelle générée par le liquide.
- C'est donc la résultante totale, somme algébrique de la $F_G$ et de cette $F_A$, qui décide du mouvement du corps en s'appliquant au niveau de son centre de gravité.

**MAIS**: pas de gradient de pression, pas de force d'Archimède!
Plus loin, nous allons cependant voir qu'Archimède peut aider à l'intégration de certains phénomènes à grande échelle.

2°)Archimède et le vide quantique

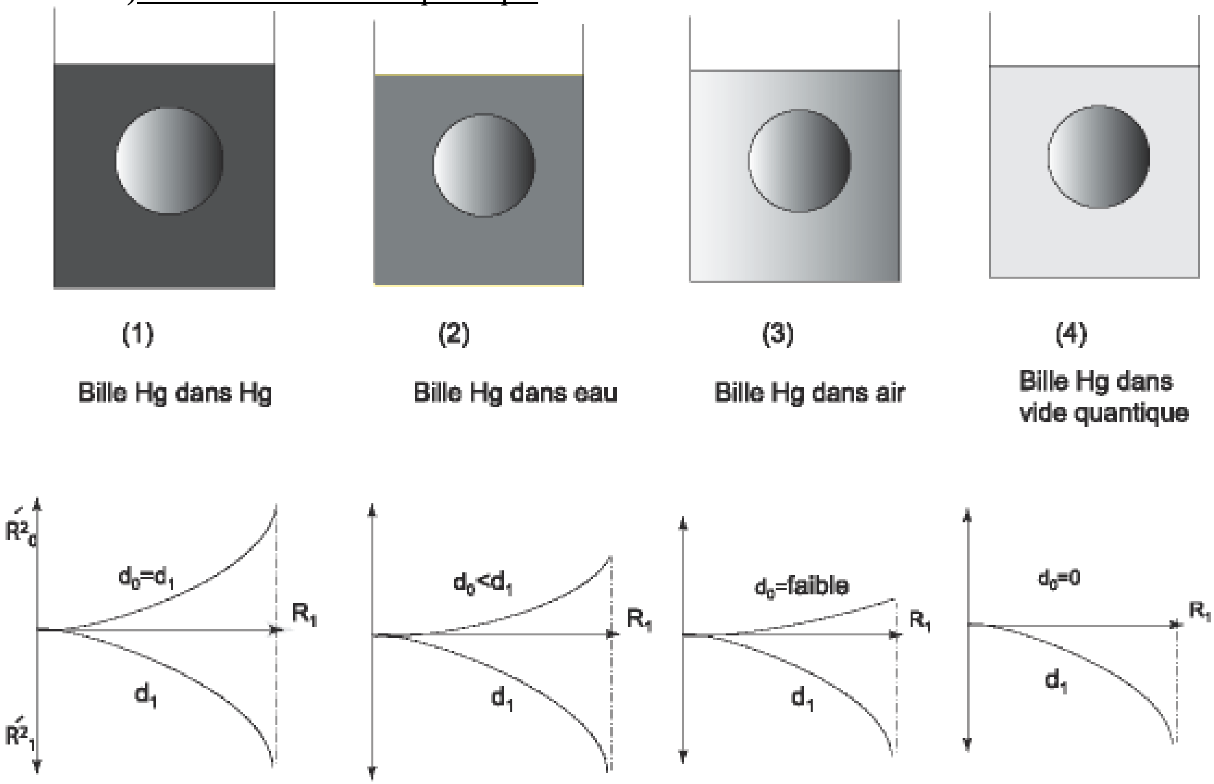



Figure32

$\acute{R}^2_R = \acute{R}^2_1 - \acute{R}^2_0$

- On dira que la bille de mercure à pour caractèristiques ($d_1$ ; $R_1$ ) et le "fluide"$d_0$

$$\begin{cases} \acute{R}^2_1 = \text{dérivée de la masse} \\ \acute{R}^2_0 = \text{dérivée de la poussée} \\ \acute{R}^2_R = \text{dérivée de la résultante} \end{cases}$$

On peut écrire la formule d'Archimède

$$\acute{R}^2_R = \left(\frac{8\Pi G d_1}{3} - \frac{8\Pi G d_0}{3}\right) R_1^2 \longrightarrow \acute{R}^2_R = 2G4/3\ \Pi\ R_1^2\ ( d_1 - d_0) = \frac{8\Pi G R_1^2}{3} (d_1 - d_0)$$

-(1), (2) et (3) nous étant familiers , attachons nous à (4):

$$\acute{R}^2_R = \frac{8\Pi G d_1 R_1^2}{3} - \frac{8\Pi G d_0 R_1^2}{3}$$

Soit : $\dfrac{\acute{R}^2_R}{R_1^2} = \dfrac{8\Pi G d_1}{3} - \dfrac{8\Pi G d_0}{3}$

Si $-\lambda = \frac{8\Pi G d_0}{3}$ $\Longrightarrow$ $\frac{\acute{R}^2_R}{R_1^2} = \frac{8\Pi G d_1}{3} + \frac{\lambda}{3}$ (95)

$d_0$ = densité du fluide ambiant et $F_R = \frac{8\Pi G R_1^2}{3} (d_1 - d_0) \cdot \acute{R}^2_{(MT;RT)}$

**donc** $\frac{\acute{R}^2_R}{R_1^2} = \frac{8\Pi G d_1}{3} + \frac{\lambda}{3}$ (ARCHIMEDE)

(96)

$\frac{\acute{R}^2}{R^2} = \frac{8\Pi G \rho}{3} + \frac{\lambda}{3}$ (EINSTEIN)

La formule d'Einstein est donc l'équivalent d'une formule d'Archimède. C'est donc $d_0$ qui va régler le comportement de la matière dans l'espace, ou plutôt le rapport $\frac{d_1}{d_0}$.

- Si $d_1$ très fort par rapport à $d_0$ (matière"dense", espace "peuplé") alors

$\lambda \# 0 \longrightarrow \frac{\acute{R}^2_R}{R^2} \# \frac{8\Pi G d_1}{3}$ : c'est l'univers proche à petite échelle

- Si $d_1$ tend vers $d_0$ (matière "diluée", espace "vide") alors la constante cosmologique va progressivement prendre toute son importance, pouvant éventuellement renverser le processus gravitationnel. Question: faut-il un gradient de pression comme avec la matière, ou le vide quantique peut-il se passer de gradient?

- Si augmentation de $d_0$ (vide quantique de haute énergie)

Le vide quantique, contient de l'énergie qui, pour Einstein, doit avoir le même comportement que la matière : à savoir être le siege d'une attraction gravitationnelle. Si c'est le cas, il suffit alors qu'il ait un gradient de pression entre les couches les plus proximales et les suivantes, plus éloignées, pour qu'un phénomène d'Archimède apparaisse. L'objet (planète, étoile….) sera alors "plongé" dans un vide quantique ;
3 possibilités s'offrent alors:

$-d_1 > d_0$ : l'objet se rapproche ( si $d_0 \# 0$, on a le cas de la chute des corps "dans le vide" ).

$-d_1 = d_0$ : l'objet s'immobilise.

$-d_1 < d_0$ :l'objet s'éloigne : peut-on alors parler de "phénomène anti-gravitationel vrai "??".

REMARQUES: Si $d_0$ augmente fortement mais reste inférieure à $d_1$, alors des objets de densités différentes tomberont à des vitesses différentes; avec 2 objets de densité $d_1 > d'_1$, alors $V_1 > V'_1$.
Nous allons reparler de ce phénomène plus loin.

3°) Généralisation du Principe d'ARCHIMEDE

La résultante du principe d'Archimède, mesurée exclusivement sur terre ( et pour cause !) implique que la planète référence a un champ gravitationnel donné et fixe.

$$\vec{F}_R = \frac{8\Pi G R^2}{3} (d_1 - d_0) . Ŕ^2_{(MT;RT)} \qquad (97)$$

Mais il semble que l'on puisse extrapoler le résultat à une planète quelconque $M_x$ de rayon $R_x$.

$$\vec{F}_R = \frac{8\Pi G R^2}{3} (d_1 - d_0) . Ŕ^2_{(MX;RX)} \qquad (98)$$

Si les densités $d_1$ et $d_0$ sont modifiées par le changement de champ gravitationnel pour devenir $d'_1$ et $d'_0$, (pure hypothèse) alors :

$$\vec{F}_R = \frac{8\Pi G R^2}{3} (d'_1 - d'_0) . Ŕ^2_{(MX;RX)} \qquad (99)$$

Quoi qu'il en soit, une balance romaine en équilibre sur terre devrait le rester sur Mars.

4°)Casimir et la gravitation

Soit 2 objets plans $M_1$ et $M_2$ passant d'une distance $R_1$ (ou $D_1$) à une distance $R_2$ (ou $D_2$ ) avec $R_2 - R_1 = \Delta R$

-Pour l'objet $M_1$ , sur le plan gravitationnel :

$$Ŕ^2_{1(M1)} = \frac{2G M_1}{R_1} \quad \text{et} \quad Ŕ^2_{2(M1)} = \frac{2GM_1}{R_2}$$

$$\Delta Ŕ^2_{(M1)} = Ŕ^2_{1(M1)} - Ŕ^2_{2(M1)} = \frac{2GM_1}{R_1} - \frac{2GM_1}{R_2} = \frac{2GM_1R_2 - 2GM_1R_1}{R_1R_2}$$

$$\Delta Ŕ^2_{(M1)} = \frac{2GM_1(R_2 - R_1)}{R_1R_2} = \frac{2GM_1 \Delta R}{R_1R_2}$$

-Pour l'objet $M_2$ passant de $R_1$ en $R_2$

$$Ŕ^2_{1(M2)} = \frac{2GM_2}{R_1} \quad \text{et} \quad Ŕ^2_{2(M2)} = \frac{2GM_2}{R_2}$$

$$\Delta Ŕ^2_{(M2)} = Ŕ^2_{1(M2)} - Ŕ^2_{2(M2)} = \frac{2GM_2 \Delta R}{R_1R_2}$$

- La variation des forces gravitationnelles des 2 objets $M_1$ et $M_2$ passant de $R_1$ à $R_2$ s'écrit:

$$\Delta F = \Delta Ŕ^2_{(M1)} . \Delta Ŕ^2_{(M2)} = \frac{2GM_1 \Delta R}{R_1R_2} . \frac{2G M_2 \Delta R}{R_1R_2}$$

$$\Delta F = \frac{2G(M_1M_2) \Delta R^2}{(R_1R_2)^2}$$

Si on fait varier $\Delta R$ de manière faible et constante (avec $\Delta R = 1$) on a $2GM_1M_2 \Delta R^2$ # cst , et $R_1$ # $R_2$ (si les distances sont grandes relativement à $\Delta R$ )

Donc $\Delta F = \frac{2GM_1M_2\ \Delta R^2}{R_1^4} \# \frac{2GM_1M_2\ \Delta R^2}{R_2^4}$

Soit $\Delta F \# \frac{cst}{R^4} \# \frac{2GM_1M_2}{R_1^4}$ ou $\frac{2GM_1M_2}{R_2^4}$ (100)

Comme la relation Casimir ou : $\Delta E = \frac{cst}{R^4}$ (101)

On voit que lla quantité d'énergie récupérée lors de la variation de position du montage de CASIMIR varie comme la force gravitationnelle entre 2 objets dans des conditions de déplacement similaires.
On peut alors se poser la question : quelle serait la quantité d'énergie recueillie dans une réaction de CASIMIR si on faisait varier l'énergie du vide quantique, où se déroule le phénomène ? La réaction donnerait-elle un résultat immuable ou au contraire fonction de l'énergie du vide où elle se produit, donc variable?.

Dr NORBERT BAYO
87200 Saint Junien

Mr Jean-Philippe GAUTIER