

# FOUCAULT ET SON PENDULE

La période d'oscillation  $T$  d'un pendule de FOUCAULT de longueur  $L$  est donnée par la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{ou } g \text{ est l'accélération terrestre.}$$

Si on élève au carré, il vient :

$$T^2 = 4\pi^2 L/g \quad \text{ou } T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{\frac{V^2}{R}}$$

$$T^2 \cdot V^2 / R = 4\pi^2 L \quad (1)$$

Le mouvement pendulaire est la projection sur une droite d'un mouvement sinusoïdal, lui-même projection d'un mouvement circulaire uniforme.

L'oscillation maximale du pendule correspond au mouvement circulaire de rayon  $L$  et de période  $T$ , il vient :

$$2\pi L = Tv \text{ soit } 4\pi^2 L^2 = T^2 v^2$$

$$4\pi^2 L = \frac{T^2 v^2}{L} = T^2 \cdot \frac{v^2}{L} \quad (2)$$

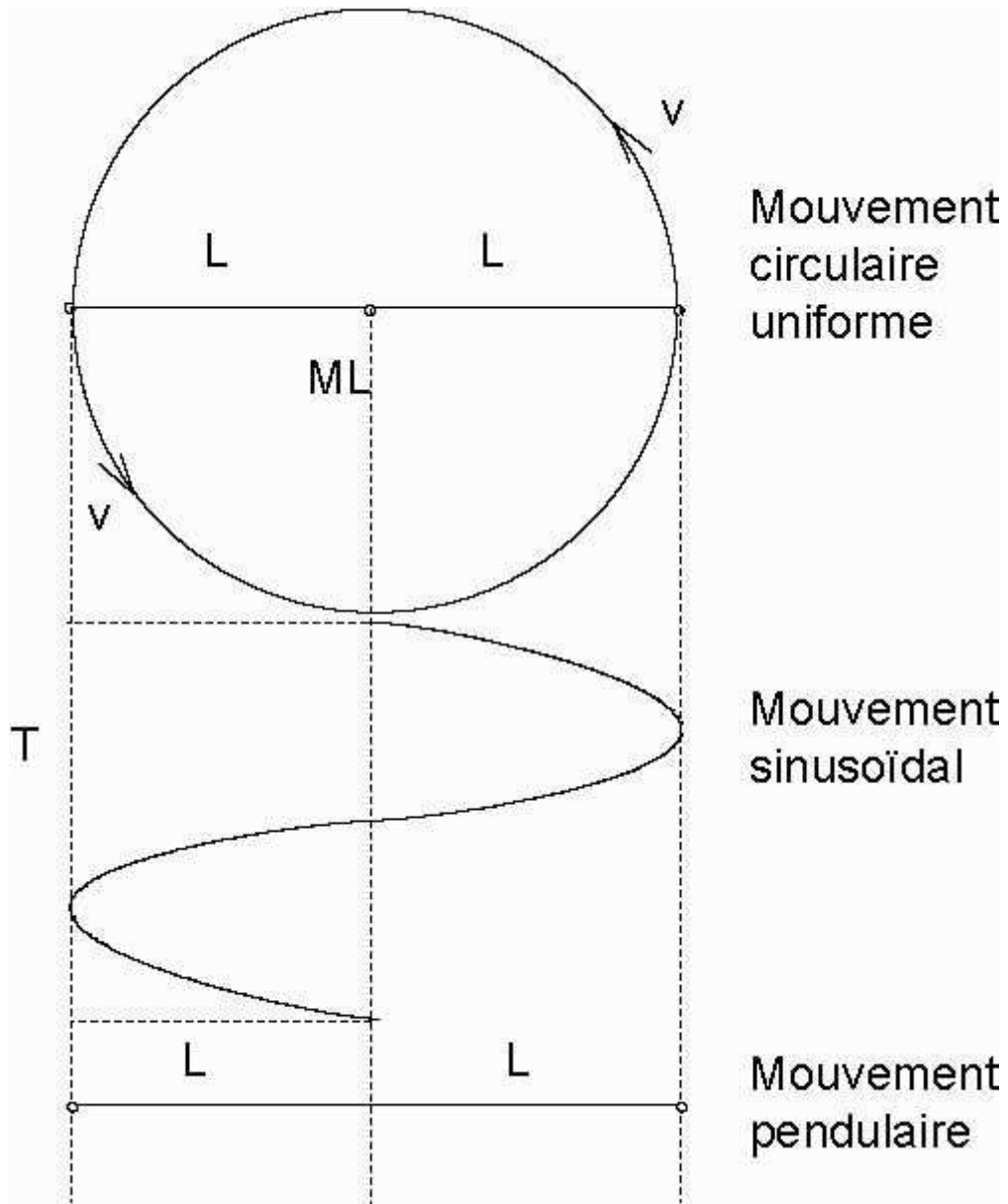
Et en rapprochant de (1) on a :

$$4\pi^2 L = T^2 \cdot \frac{V^2}{R} = T^2 \cdot \frac{v^2}{L} \text{ soit } \frac{V^2}{R} = \frac{v^2}{L}$$

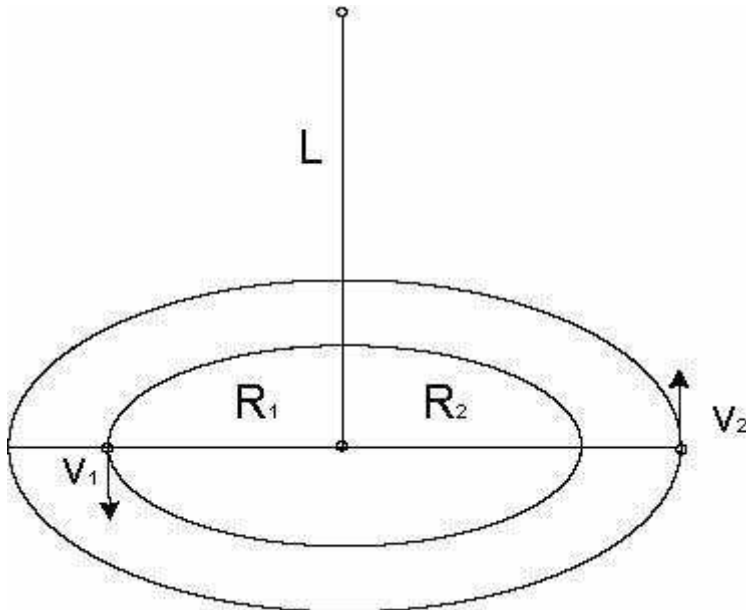
Ecrit autrement :

$$\frac{v^2}{V^2} = \frac{L}{R} = \frac{\dot{R}^2(M_L; L)}{\dot{R}^2(M_T; R_T)}$$

Si on appelle  $M_L$  la masse théorique autour de laquelle tourne le pendule à distance  $L$  et vitesse  $v$  et  $M_T$  et  $R_T$  la masse et le rayon terrestre.



Considérons maintenant le même pendule  $L$  oscillant de valeurs d'amplitude  $R_1$  et  $R_2$  :



La formule générale d'oscillation s'écrit :

$$T^2 v^2 = 4\pi^2 R^2 \text{ ou } T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{v^2}$$

Avec  $d$  automatiquement obtenu par  $T^2$  avec la formule  $2GdT^2 = 3\pi$

En multipliant les 2 termes par  $2Gd$ , il vient :

$$2GdT^2 v^2 = 2Gd4\pi^2 R^2$$

Et comme  $2GdT^2 = 3\pi$  on peut écrire :

$$3\pi v^2 = 8\pi^2 GdR^2$$

$$v^2 = \frac{8\pi^2 GdR^2}{3\pi} = \frac{8\pi GdR^2}{3}$$

Soit, pour les 2 oscillations d'amplitude  $R_1$  et  $R_2$

$$R_1^2 = v_1^2 = \frac{8\pi GdR_1^2}{3}$$

$$R_2^2 = v_2^2 = \frac{8\pi GdR_2^2}{3}$$

$$R_1 \cdot R_1^2 = R_1 v_1^2 = 2G \cdot \frac{4}{3} \pi d R_1^3 = 2GM_1$$

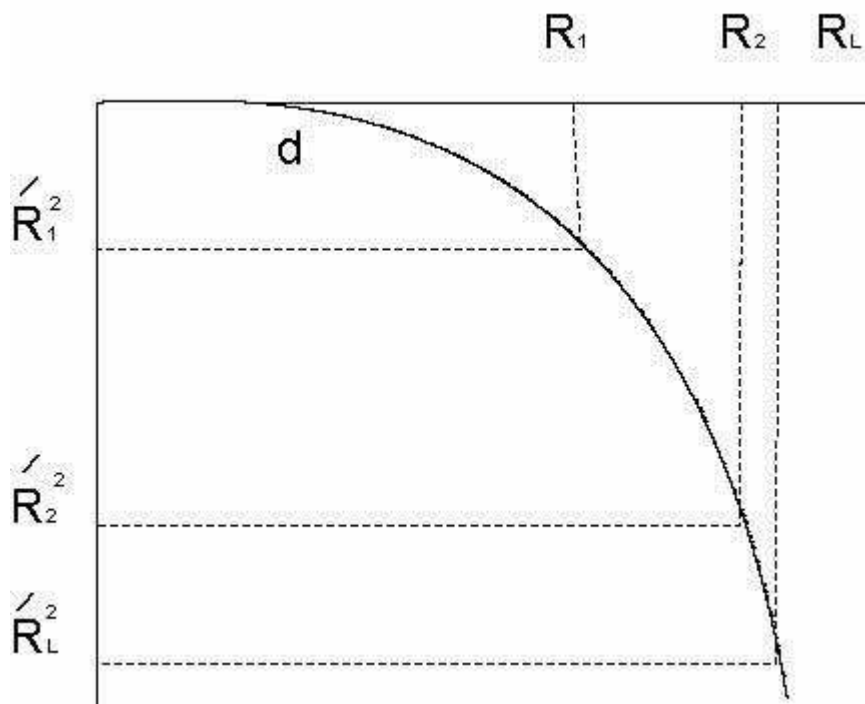
$$R_2 \cdot R_2^2 = R_2 v_2^2 = 2G \cdot \frac{4}{3} \pi d R_2^3 = 2GM_2$$

$$L \cdot L^2 = L \cdot v^2 = 2G \cdot \frac{4}{3} \pi d L^3 = 2GM_L$$

$$\frac{R_1^3}{T^2} = \frac{R_1 v_1^2}{4\pi^2} = \frac{2GM_1}{4\pi^2}$$

$$\frac{R_2^3}{T^2} = \frac{R_2 v_2^2}{4\pi^2} = \frac{2GM_2}{4\pi^2}$$

$$\frac{L^3}{T^2} = \frac{L \cdot v^2}{4\pi^2} = \frac{2GM_L}{4\pi^2}$$



On peut donc écrire que les 3 masses théoriques  $M_L$ ,  $M_1$ , et  $M_2$  ont la même densité, raison pour laquelle elles entraînent la même période d'oscillation ; et que leur masse est proportionnelle au cube de leur amplitude d'oscillation  $L$ ,  $R_1$  et  $R_2$ .